Langage régulier

def.: L'ensemble R des langages réguliers (ou rationnels) sur un alphabet Σ est le plus petit ensemble satisfaisant :
- $\emptyset \in R$, $\{\varepsilon\} \in R$
- $\{a\} \in R, \forall a \in \Sigma$
- si $A, B \in R$ alors $A \cup B, A \cdot B, A^* \in R$.

exe.: Les langages $\{a\}^* \cdot (\{a\} \cup \{b\}^*)(\{b\}^*)^*$ et $\{a\}^* \cdot \{b\}^*$ sont des langages réguliers (égaux !).

def.: Les expressions régulières pour un alphabet Σ sont les expressions formées par les règles suivantes :
- $\emptyset$, ε et tous les éléments de Σ sont des expressions régulières.
- si α et β sont des expressions régulières alors $(\alpha\beta)$, $(\alpha + \beta)$, et $(\alpha)^*$ sont des expressions régulières.

exe.: Les expressions $a^*(a + b^*)(b^*)^*$ et a^*b^* sont des expressions régulières.

Langage régulier (suite)

def.: Le langage $L(\xi)$ représenté par l'expression régulière ξ est défini par :
- $L(\emptyset) = \emptyset$, $L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$,
- $L(a) = \{a\}, \forall a \in \Sigma$,
- $L(\alpha + \beta) = L(\alpha) \cup L(\beta)$,
- $L(\alpha\beta) = L(\alpha) \cdot L(\beta)$,
- $L(\alpha^*) = L(\alpha)^*$.

Th.: Un langage est régulier si et seulement si il est dénoté par une expression régulière.

exe.: L'expression régulière $a^*(a + b^*)(b^*)^*$ dénote le langage régulier $\{a\}^* \cdot (\{a\} \cup \{b\}^*)(\{b\}^*)^*$.

Th.: L'ensemble des langages réguliers est dénombrable