Qu'est-ce que la calculabilité?

– Syndrome du "mouvement perpétuel".

– Les limites intrinsèques de l'informatique.

– Quels problèmes sont solubles par un programme exécuté sur un ordinateur.

La notion de problème

Caractéristiques de la notion de problèmes :

- générique,
- les instances du problème ont une réponses,
- le problème est indépendant de la manière de le résoudre.

Exemples de problèmes :

- Trier un tableau ;
- Déterminer si un programme termine quelque soit les données ;
- Déterminer si un polynôme à coefficients entiers a des racines entières.

La notion de programme

procédure effective: solution à un problème qui à la forme d'un programme pouvant être exécuté sur un ordinateur.

Solution au problème de l'arrêt : déterminer si le programme n'a pas de boucles ou de séquences d'appels récursifs infinies.

```
function mystere (n: entier) : entier
begin
   if (n = 1)
   then 1
   else if (pair n)
         then mystere(n/2)
         else mystere(3*n+1)
end;
```

Programme = automate

Représentation des problèmes

Nécessité d'une fonction d'encodage.

def.: Un alphabet est un ensemble fini de symboles.

def.: Un mot est une séquence finie de symboles (ε est le mot vide).

Soit un problème encodé sur un alphabet. L'ensemble des mots est partitionné en deux :

– instances positives : la réponse est oui pour ce mot,

– instances négatives : ce mot n'encode pas un problème ou la réponse est non pour ce mot.

Représentation et langages

Un problème est caractérisé par l'ensemble des mots qui sont ses instances positives.

def.: Un langage est un ensemble de mots définis sur le même alphabet.

Équivalence entre résoudre un problème et reconnaître le langage des encodages des instances positives du problème.

Th.: L'ensemble des sous-ensembles d'un ensemble dénombrable n'est pas dénombrable.

Cor.: L'ensemble des langages n'est pas dénombrable.