

Chemin le plus court et Pathfinding

Igor Stéphan

UFR Sciences Angers

2017-2018

- Algorithme de recherche des plus courts chemins
 - d'un sommet source
 - vers tous les autres sommets
 - d'un graphe orienté pondéré (*source, coût, destination*)
- Calcul de la liste de triplets (x, Σ, y) contenant :
 - en provenant d'un sommet x
 - avec une distance depuis la source Σ
 - le sommet y est atteint
- Une file de priorité sur la distance cumulée :
 - la file des sommets « ouverts »
 - l'ajout dans la file de priorité de (x, Σ, y) par remplacement de (x', Σ', y) seulement si $\Sigma \leq \Sigma'$
- Le premier de la file de priorité est de distance minimale
- À distances égales, le dernier arrivé remplace les précédents
- L'algorithme calcule un arbre des plus courts chemins depuis la source

L'algorithme de Dijkstra

algorithme *Dijkstra*

entrée un graphe G

entrée un sommet source s

sortie une liste I de triplets (provenance, coût, sommet)

$I = \emptyset$; $I = I.ajouter((aucun, 0, s))$; File_de_priorité $p = \emptyset$

pour tout $a \in G.arc_sortant(s)$ **faire** $p = p.ajouter(a)$

while p non vide

| $c = p.premier()$; $p = p.fin()$

| **si** $c.out \notin I$

|| $I = I.ajouter(c)$

|| **pour tout** $a \in G.arc_sortant(c.out)$

|| $cout_jusqu_ici = c.coût + a.coût$

||| **faire** $p.ajouter((c.out, cout_jusqu_ici, a.out))$

| **fin si**

fin while

retourner I

Exemple avec Dijkstra

$\text{arc}(s, 100, a), \text{arc}(s, 10, b), \text{arc}(s, 30, c), \text{arc}(s, 30, d),$
 $\text{arc}(a, 1, e),$
 $\text{arc}(b, 100, e), \text{arc}(b, 5, c), \text{arc}(b, 30, d),$
 $\text{arc}(c, 185, e),$
 $\text{arc}(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>

Exemple avec Dijkstra

$arc(s, 100, a), arc(s, 10, b), arc(s, 30, c), arc(s, 30, d),$
 $arc(a, 1, e),$
 $arc(b, 100, e), arc(b, 5, c), arc(b, 30, d),$
 $arc(c, 185, e),$
 $arc(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (s)	10 (s)	30 (s)	30 (s)	

Exemple avec Dijkstra

$arc(s, 100, a)$, $arc(s, 10, b)$, $arc(s, 30, c)$, $arc(s, 30, d)$,
 $arc(a, 1, e)$,
 $arc(b, 100, e)$, $arc(b, 5, c)$, $arc(b, 30, d)$,
 $arc(c, 185, e)$,
 $arc(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (s)	10 (s)	30 (s)	30 (s)	

Exemple avec Dijkstra

$\text{arc}(s, 100, a), \text{arc}(s, 10, b), \text{arc}(s, 30, c), \text{arc}(s, 30, d),$
 $\text{arc}(a, 1, e),$
 $\text{arc}(b, 100, e), \text{arc}(b, 5, c), \text{arc}(b, 30, d),$
 $\text{arc}(c, 185, e),$
 $\text{arc}(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (s)	10 (s)	30 (s) 15 (b)	30 (s)	110 (b)

Exemple avec Dijkstra

$arc(s, 100, a)$, $arc(s, 10, b)$, $arc(s, 30, c)$, $arc(s, 30, d)$,
 $arc(a, 1, e)$,
 $arc(b, 100, e)$, $arc(b, 5, c)$, $arc(b, 30, d)$,
 $arc(c, 185, e)$,
 $arc(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (s)	10 (s)	30 (s) 15 (b)	30 (s)	110 (b)

Exemple avec Dijkstra

$arc(s, 100, a)$, $arc(s, 10, b)$, $arc(s, 30, c)$, $arc(s, 30, d)$,
 $arc(a, 1, e)$,
 $arc(b, 100, e)$, $arc(b, 5, c)$, $arc(b, 30, d)$,
 $arc(c, 185, e)$,
 $arc(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (s)	10 (s)	30 (s) 15 (b)	30 (s)	110 (b)

Exemple avec Dijkstra

$\text{arc}(s, 100, a), \text{arc}(s, 10, b), \text{arc}(s, 30, c), \text{arc}(s, 30, d),$
 $\text{arc}(a, 1, e),$
 $\text{arc}(b, 100, e), \text{arc}(b, 5, c), \text{arc}(b, 30, d),$
 $\text{arc}(c, 185, e),$
 $\text{arc}(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (s)	10 (s)	30 (s) 15 (b)	30 (s)	110 (b) 102 (d)

Exemple avec Dijkstra

$arc(s, 100, a)$, $arc(s, 10, b)$, $arc(s, 30, c)$, $arc(s, 30, d)$,
 $arc(a, 1, e)$,
 $arc(b, 100, e)$, $arc(b, 5, c)$, $arc(b, 30, d)$,
 $arc(c, 185, e)$,
 $arc(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (<i>s</i>)	10 (<i>s</i>)	30 (<i>s</i>)	30 (<i>s</i>)	110 (<i>b</i>)
		15 (<i>b</i>)		102 (<i>d</i>)
				101 (<i>a</i>)

Exemple avec Dijkstra

$arc(s, 100, a)$, $arc(s, 10, b)$, $arc(s, 30, c)$, $arc(s, 30, d)$,
 $arc(a, 1, e)$,
 $arc(b, 100, e)$, $arc(b, 5, c)$, $arc(b, 30, d)$,
 $arc(c, 185, e)$,
 $arc(d, 72, e)$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
100 (s)	10 (s)	30 (s) 15 (b)	30 (s)	110 (b) 102 (d) 101 (a)

- Arcs sortants : Voisinage

méthode *voisins* **pour** un sommet *in*

sortie les arcs pondérés de *in* vers les voisins licites

retourner

{ (*in*, 1, *out*)
| $out = (in.x \pm 1, in.y \pm 1)$,
out un sommet licite }

Pathfinding avec l'algorithme de Dijkstra

algorithme *Pathfinding_Dijkstra*

entrée un sommet source s

entrée un sommet objectif o

sortie une liste l de triplets (provenance, coût, sommet)

$l = \emptyset$; $l = l.ajouter((aucun, 0, s))$; File_de_priorité $p = \emptyset$

pour tout $a \in s.voisins()$ **faire** $p = p.ajouter(a)$

while $(p.premier()).out \neq o$

| $c = p.premier()$; $p = p.fin()$

| **si** $c.out \notin l$

|| $l = l.ajouter(c)$

|| **pour tout** $v \in c.out.voisins()$

||| **faire** $p.ajouter((c.out, c.coût + v.coût, v.out))$

| **fin si**

fin while

retourner l

Pathfinding avec Dijkstra

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX			
1	1 (1,1)	S	1 (1,1)			
0		1 (1,1)				
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2 (0,1)	XXX XXX	XXX XXX			
1	1 (1,1)	S	1 (1,1)			
0	2 (0,1)	1 (1,1)				
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra..

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2 (0,1)	XXX XXX	XXX XXX			
1	1† (1,1)	S	1 (1,1)			
0	2 (1,0)	1 (1,1)	2 (1,0)			
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra...

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2 (0,1)	XXX XXX	XXX XXX			
1	1† (1,1)	S	1 (1,1)	2 (2,1)		
0	2 (1,0)	1† (1,1)	2 (2,1)			
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2 (0,1)	XXX XXX	XXX XXX			
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2 (2,1)		
0	2 (1,0)	1† (1,1)	2 (2,1)	3 (2,0)		
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2 (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3 (3,1)		
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2 (2,1)	3 (3,1)	
0	2 (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)		
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2 (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3 (3,1)		
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)	
0	2 (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)		
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4					O	
3	3 (0,2)		XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2 (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3 (3,1)		
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)	
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)		
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4	4 (0,3)				O	
3	3 (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3 (3,1)		
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)	
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)		
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4	4 (0,3)				O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3 (3,1)		
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)	
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)	4 (3,0)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4	4 (0,3)				O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3 (3,1)	4 (3,2)	
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)	
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4 (3,0)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4	4 (0,3)				O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4 (4,1)	
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3 (3,1)	4 (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4 (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4	4 (0,3)				O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4 (4,1)	
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4 (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4 (4,1)	5 (4,0)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4	4 (0,3)				O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4 (4,1)	5 (4,2)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4 (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (4,0)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4	4 (0,3)				O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4 (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5 (0,4)					
4	4 (0,3)	5 (0,4)			O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5 (0,4)					
4	4† (0,3)	5 (1,3)			O	
3	3† (0,2)	4 (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5 (0,4)	6 (1,4)				
4	4† (0,3)	5 (1,3)	6 (1,4)		O	
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5 (0,4)	6 (0,5)				
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6 (1,4)		O	
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6 (0,5)				
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6 (1,4)		O	
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6 (0,5)				
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6 (1,4)		O	
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6 (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5 (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6 (0,5)				
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6 (1,4)		O	7 (5,3)
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6 (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6 (0,5)	7 (1,5)			
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6 (1,4)		0	7 (5,3)
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6† (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6† (0,5)	7 (2,4)			
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6 (1,4)	7 (2,4)	0	7 (5,3)
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6† (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6† (0,5)	7 (2,4)	8 (2,5)		
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6† (1,4)	7 (2,4)	O	7 (5,3)
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6† (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6† (0,5)	7 (2,4)	8 (3,4)		
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6† (1,4)	7 (2,4)	O (3,4)	7 (5,3)
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6† (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6† (0,5)	7 (2,4)	8 (3,4)		8 (5,4)
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6† (1,4)	7† (2,4)	O (5,4)	7 (5,3)
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6† (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5	5† (0,4)	6† (0,5)	7 (2,4)	8 (3,4)		8 (5,4)
4	4† (0,3)	5† (1,3)	6† (1,4)	7† (2,4)	○ (5,4)	7† (5,3)
3	3† (0,2)	4† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6† (5,2)
2	2† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
1	1† (1,1)	S	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)
0	2† (1,0)	1† (1,1)	2† (2,1)	3† (3,1)	4† (4,1)	5† (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra.....

5						
4					O (5,4)	7 (5,3)
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	6 (5,2)
2		XXX XXX	XXX XXX			5 (5,1)
1		S	1 (1,1)	2 (2,1)	3 (3,1)	4 (4,1)
0						
	0	1	2	3	4	5

- Heuristique : la distance de Manhattan à l'objectif
fonction *Manhattan*
entrées deux sommets s, o
retourner $|s.x - o.x| + |s.y - o.y|$
- Un coût sous forme de couple
 - distance parcourue depuis la source (*fst*)
 - distance estimée jusqu'à l'objectif (*snd*)
- Arcs sortants : Voisinage
méthode *voisins* **pour** un sommet *in*
entrée un sommet objectif *o*
sortie les arcs pondérés de *in* vers les voisins licites
retourner
 $\{ (in, (1, Manhattan(out, o)), out) \mid out = (in.x \pm 1, in.y \pm 1), out \text{ un sommet licite} \}$
- Algorithme A* : la distance de Manhattan ne surestime pas la distance à l'objectif

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan

algorithme *Pathfinding_Dijkstra_Manhattan*

entrée un sommet source s

entrée un sommet objectif o

sortie une liste l de triplets (provenance, coût, sommet)

$l = \emptyset$; $l = l.ajouter((aucun, (0, Manhattan(s, o)), s))$

File_de_priorité $p = \emptyset$

pour tout $a = s.voisins(o)$ **faire** $p = p.ajouter(a)$

while $(p.premier()).out \neq o$

| $c = p.premier()$; $p = p.fin()$

| **si** $c.out \notin l$

|| $l = l.ajouter(c)$

|| **pour tout** $v = c.out.voisins(o)$ **faire**

||| $coût_jusqu_ici = c.coût.fst + v.coût.fst$

||| $p.ajouter((v.in, (coût_jusqu_ici, v.coût.snd), v.out))$

| **fin si**

fin while

retourner l

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX			
1		S				
0						
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX			
1	(1,7) (1,1)	S	(1,5) (1,1)			
0		(1,7) (1,1)				
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan..

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX			
1	(1,7) (1,1)	S	(1,5) (1,1)	(2,4) (2,1)		
0		(1,7) (1,1)	(2,6) (2,1)			
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan...

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX	(3,3) (3,1)		
1	(1,7) (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) (2,1)	(3,3) (3,1)	
0		(1,7) (1,1)	(2,6) (2,1)	(3,5) (3,1)		
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX	(3,3) (3,1)	(4,2) (3,2)	
1	(1,7) (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) (3,1)	
0		(1,7) (1,1)	(2,6) (2,1)	(3,5) (3,1)		
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX	(3,3) [†] (3,1)	(4,2) (4,1)	
1	(1,7) (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) (3,1)	(4,4) (4,1)
0		(1,7) (1,1)	(2,6) (2,1)	(3,5) (3,1)	(4,4) (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2		XXX XXX	XXX XXX	(3,3) [†] (3,1)	(4,2) (4,1)	(5,3) (4,2)
1	(1,7) (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) [†] (3,1)	(4,4) (4,1)
0		(1,7) (1,1)	(2,6) (2,1)	(3,5) (3,1)	(4,4) (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3) [†] (3,1)	(4,2) [†] (4,1)	(5,3) (4,2)
1	(1,7) (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) [†] (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7) (1,1)	(2,6) (2,1)	(3,5) (3,1)	(4,4) (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3) [†] (3,1)	(4,2) [†] (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7) [†] (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) [†] (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (1,0)	(1,7) (1,1)	(2,6) (1,0)	(3,5) (3,1)	(4,4) (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4					O	
3			XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6) (2,1)	(3,5) (2,0)	(4,4) (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4					O	
3	(3,5) (0,2)		XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5) (2,0)	(4,4) (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4	(4,4) (0,3)				O	
3	(3,5) (0,2)	(4,4) (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5) (2,0)	(4,4) (4,1)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4	(4,4) (0,3)				O	
3	(3,5) [†] (0,2)	(4,4) (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) [†] (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3) [†] (3,1)	(4,2) [†] (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7) [†] (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) [†] (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7) [†] (1,1)	(2,6) [†] (2,1)	(3,5) (2,0)	(4,4) (3,0)	
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4	(4,4) (0,3)				O	
3	(3,5) [†] (0,2)	(4,4) (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) [†] (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3) [†] (3,1)	(4,2) [†] (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7) [†] (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) [†] (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7) [†] (1,1)	(2,6) [†] (2,1)	(3,5) [†] (2,0)	(4,4) (3,0)	(5,5) (4,0)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)					
4	(4,4) (0,3)	(5,3) (0,4)			O	
3	(3,5) [†] (0,2)	(4,4) (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) [†] (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3) [†] (3,1)	(4,2) [†] (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7) [†] (1,1)	S	(1,5) [†] (1,1)	(2,4) [†] (2,1)	(3,3) [†] (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7) [†] (1,1)	(2,6) [†] (2,1)	(3,5) [†] (2,0)	(4,4) [†] (3,0)	(5,5) (4,0)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)					
4	(4,4)† (0,3)	(5,3) (1,3)			O	
3	(3,5)† (0,2)	(4,4) (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3) (4,2)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (4,0)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)					
4	(4,4)† (0,3)	(5,3) (1,3)			O	
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3) (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4) (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)					
4	(4,4)† (0,3)	(5,3) (1,3)			O	
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	(6,2) (5,2)
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3) (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4)† (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)	(6,4) (1,4)				
4	(4,4)† (0,3)	(5,3) (1,3)	(6,2) (1,4)		O	
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	(6,2) (5,2)
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3)† (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4)† (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)	(6,4) (1,4)	(7,3) (2,4)			
4	(4,4)† (0,3)	(5,3)† (1,3)	(6,2) (1,4)	(7,1) (2,4)	O	
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	(6,2) (5,2)
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3)† (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4)† (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)	(6,4) (1,4)	(7,3) (2,4)			
4	(4,4)† (0,3)	(5,3)† (1,3)	(6,2)† (1,4)	(7,1) (2,4)	O	(7,1) (5,3)
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	(6,2) (5,2)
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3)† (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4)† (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)	(6,4) (1,4)	(7,3) (2,4)			(8,2) (5,4)
4	(4,4)† (0,3)	(5,3)† (1,3)	(6,2)† (1,4)	(7,1) (2,4)	(8,0) (5,4)	(7,1) (5,3)
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	(6,2)† (5,2)
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3)† (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4)† (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)	(6,4) (1,4)	(7,3) (2,4)	(8,2) (3,4)		(8,2) (5,4)
4	(4,4)† (0,3)	(5,3)† (1,3)	(6,2)† (1,4)	(7,1) (2,4)	(8,0) (3,4)	(7,1)† (5,3)
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	(6,2)† (5,2)
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3)† (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4)† (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5	(5,5) (0,4)	(6,4) (1,4)	(7,3) (2,4)	(8,2) (3,4)		(8,2) (5,4)
4	(4,4)† (0,3)	(5,3)† (1,3)	(6,2)† (1,4)	(7,1)† (2,4)	(8,0) (3,4)	(7,1)† (5,3)
3	(3,5)† (0,2)	(4,4)† (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	(6,2)† (5,2)
2	(2,6)† (0,1)	XXX XXX	XXX XXX	(3,3)† (3,1)	(4,2)† (3,2)	(5,3)† (5,1)
1	(1,7)† (1,1)	S	(1,5)† (1,1)	(2,4)† (2,1)	(3,3)† (3,1)	(4,4)† (4,1)
0	(2,8) (0,1)	(1,7)† (1,1)	(2,6)† (2,1)	(3,5)† (2,0)	(4,4)† (3,0)	(5,5) (5,1)
	0	1	2	3	4	5

Pathfinding avec Dijkstra et Manhattan.....

5						
4		(5,3) [†] (1,3)	(6,2) [†] (1,4)	(7,1) [†] (2,4)	O (3,4)	
3	(3,5) [†] (0,2)	(4,4) [†] (0,3)	XXX XXX	XXX XXX	XXX XXX	
2	(2,6) [†] (0,1)	XXX XXX	XXX XXX			
1	(1,7) [†] (1,1)	S				
0						
	0	1	2	3	4	5

- $O(nm)$ (n nombre de nœuds et m degré maximum d'arcs sortants)
- Dijkstra termine lorsque la file de priorité est vide
- Le pathfinding avec Dijkstra et A* terminent optimalement si l'arrêt se fait lorsque le “coût jusqu'ici” du nœud objectif atteint est plus petit que tous les “coûts jusqu'ici” des nœuds ouverts
- Si terminaison de A* sur l'insertion dans la file de priorité : sous optimalité (mais parfois suffisant)
- Si heuristique sur estimant le coût à l'objectif : sous optimalité (mais plus grande efficacité)