Exploration en situation d'adversité

Igor Stéphan

UFR Sciences Angers

2018-2019

Exploration en situation d'adversité

- Jeux à deux joueurs (Le joueur "existentiel", $\exists$, que l'on souhaite faire gagner et le joueur "universel", $\forall$, l'adversaire)
- Jeux en compétition
- Jeux à somme nulle
  (par exemple : 1 si un joueur gagne, 0 si la partie est nulle et -1 si un joueur perd)
- Jeux à information parfaite
- Jeux déterministes
- Exemples : les Échecs, le Go, le jeu de Marienbad

Définition et arbre pour un jeu à deux joueurs

- Composants d'un jeu à deux joueurs :
  - Un état initial
  - Une fonction *succ* qui calcule l'ensemble des états issus de coups légaux à partir d'un état pour un joueur donné
  - Une fonction terminale *eval* déterminant la valeur d'un état terminal
- Parcours du graphe des états en un arbre de jeu de racine l'état initial
- Joueurs optimaux : à chaque nœud de l'arbre
  - $\exists$ maximise la valeur du nœud par son choix de coup
  - $\forall$ minimise la valeur du nœud par son choix de coup

Le jeu de Marienbad

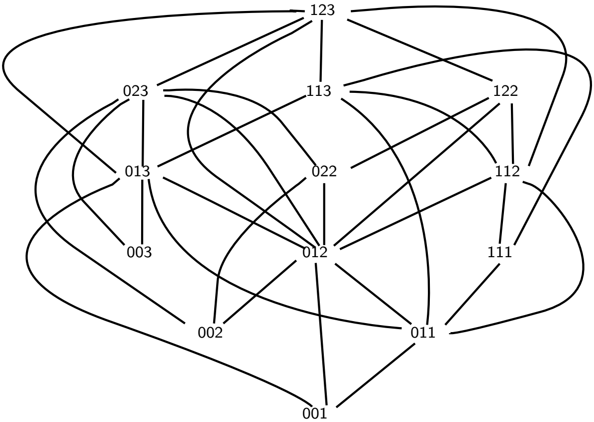
- État initial : k tas d'allumettes
- Alternativement, chaque joueur ôte une partie ou toutes les allumettes d'un unique tas
- L'objectif est de prendre la dernière allumette
- L'adversaire joue le premier
- Cas d'école : 4 tas d'allumettes contenant respectivement 1, 3, 5 et 7 allumettes.
- Exemple de partie :

$$1,3,5,7 \overset{\forall/4^e/6}{\rightarrow} 1,3,5,1 \overset{\exists/3^e/5}{\rightarrow} 1,3,0,1 \overset{\forall/2^e/2}{\rightarrow} 1,1,0,1$$
$$\overset{\exists/1^e/1}{\rightarrow} 0,1,0,1 \overset{\forall/2^e/1}{\rightarrow} 0,0,0,1 \overset{\exists/4^e/1}{\rightarrow} 0,0,0,0$$

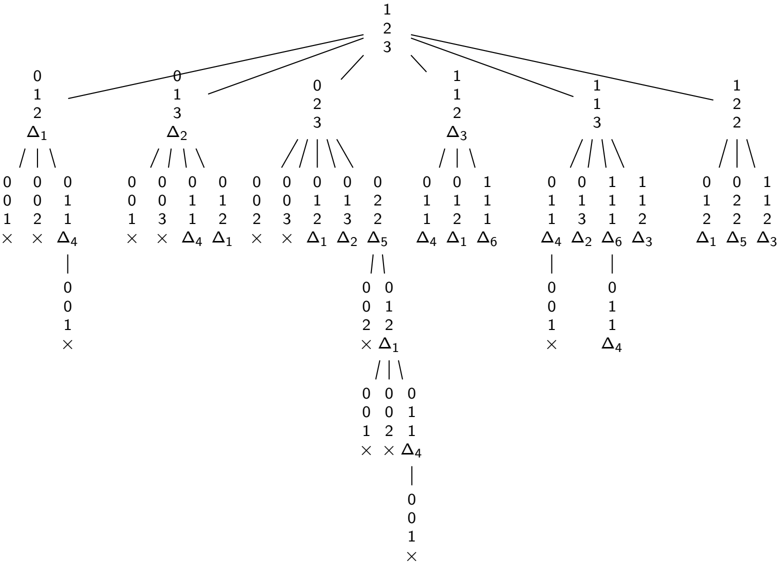
Graphe des états pour Marienbad $\{1, 2, 3\}$

- États fusionnés

013 103	112 121	012 021,102,120	002 020	011 101, 110	001 100, 010



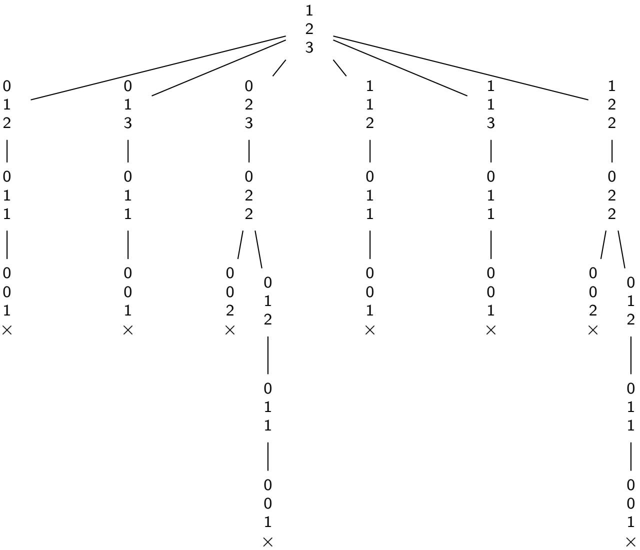
Arbre de recherche pour Marienbad $\{1, 2, 3\}$



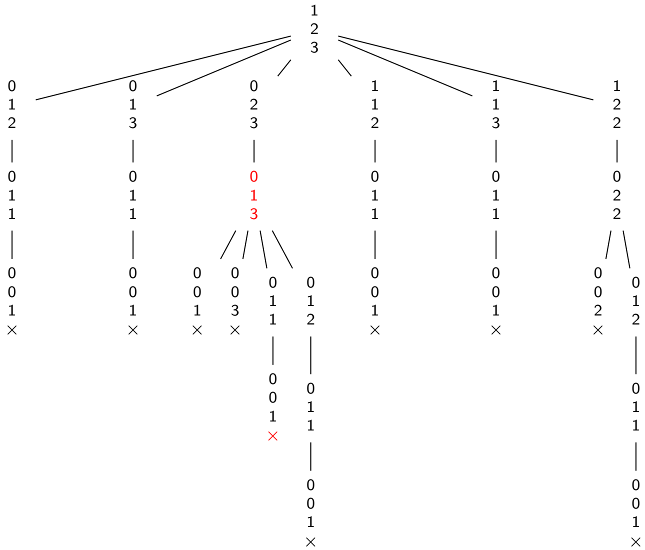
Scénarios et stratégies

- Un scénario est une séquence complète (ie. d'un état initial à un état terminal) de coups légaux
- Une stratégie est un arbre dont les branches sont des scénarios et tel que
  - les nœuds sont étiquetés par des états
  - les arcs sont étiquetés par des coups (légaux)
  - d'un (nœud étiqueté par un) état (à partir duquel) $\exists$ (doit jouer) sort un unique arc
  - d'un état $\forall$ sortent autant d'arcs qu'il y a de coups légaux
- Une stratégie gagnante est une stratégie dont tous les scénarios sont gagnants
- Une stratégie gagnante est telle que quelque soit ce que joue $\forall$, il existe un coup pour $\exists$ tel qu'il soit sûr de gagner
- Tout scénario d'une stratégie gagnante est un scénario *sûr*
- Un scénario qui n'est dans aucune stratégie gagnante est un scénario *non sûr*
- Un scénario peut être à la fois gagnant et non sûr

Stratégie gagnante Marienbad $\{1, 2, 3\}$



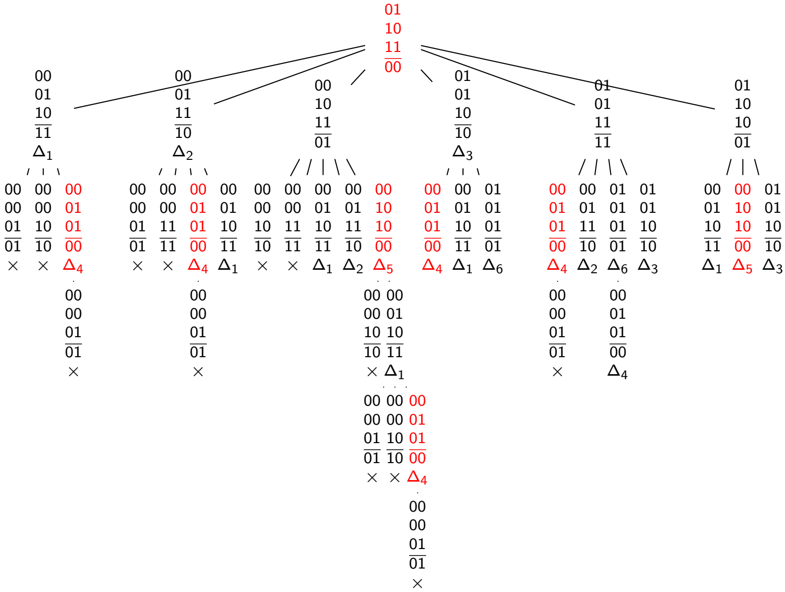
Stratégie risquée pour Marienbad $\{1, 2, 3\}$



Coût et nécessité de l'exploration

- Hypothèse : fonctions *succ* et *eval* sont polynomiales en temps
- Coût en espace polynomial (utilisation d'une pile de retour-arrière)
- Coût en temps exponentiel pour le parcours de l'espace de recherche
- N'existe-t-il pas pour chaque problème au moins un algorithme polynomiale en temps ?
- Nécessité d'une décision imparfaite

Marienbad $\{1, 2, 3\}$ en mode binaire XOR



Décision imparfaite

- Espace trop grand pour une exploration jusqu'à atteindre la fin du jeu
- Temps imparti trop court (calcul en temps borné)
- Recherche du *potentiel meilleur* coup pour le joueur $\exists$
- Parcours de l'arbre de recherche soit
  - en profondeur d'abord
  - en largeur d'abord
- En cas d'impossibilité, deux approches :
  - limiter la recherche en profondeur (Famille à estimation)
  - limiter la recherche en largeur (Famille stochastique)