Le Prise de décision

Igor Stéphan

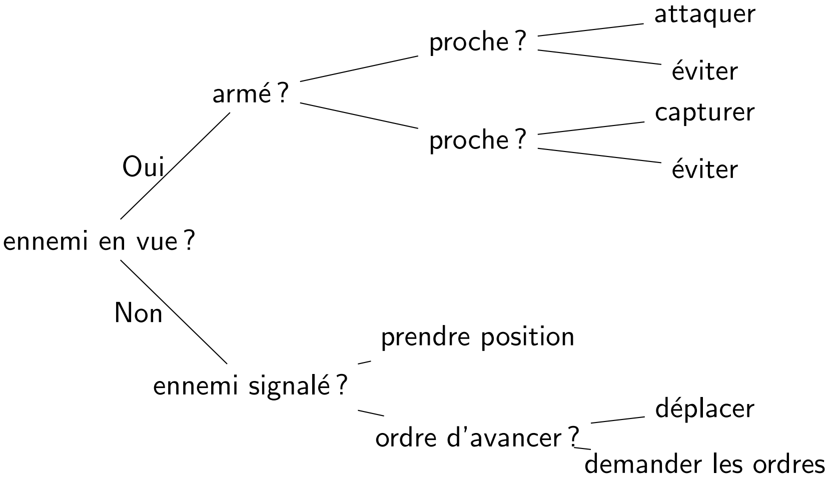
UFR Sciences Angers

2016-2017

Prise de décision

Arbres de décision

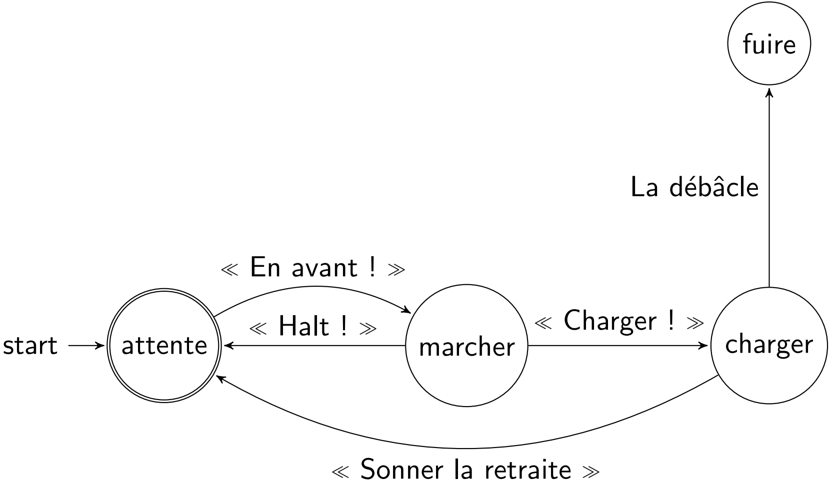
- Arbre binaire
- Nœud interne : Question sur l'univers (perception)
- Feuille : Décision (action)
- Arc : Réponse à une question (observation/événement)
- Efficacité optimale
  - Arbre équilibré
  - Arbre favorisant les décisions les plus fréquentes
  - Arbre favorisant les observations les moins coûteuses
- Partage des sous arbres : graphe orienté acyclique (ou DAG)


ennemi en vue ?
Oui
armé ?
proche ?
attaquer
éviter
proche ?
capturer
éviter
Non
ennemi signalé ?
prendre position
ordre d'avancer ?
déplacer
demander les ordres

Prise de décision

Machines à états

- Automate fini (non-)déterministe
  - État : action/comportement
  - Transition : condition
- Automates hiérarchiques
  - États complexes eux-mêmes machines à états
  - Gestion des exceptions


fuire
La débâcle
≪ En avant ! ≫
≪ Halt ! ≫
≪ Charger ! ≫
start
attente
marcher
charger
≪ Sonner la retraite ≫

Prise de décision

Arbres de comportement

- Arbres de tâches
- Amélioration des arbres de décision et des machines à états
- Tâches élémentaires :

Condition : réussit si le test d'une propriété réussit
Action : réussit si la modification de l'état réussit

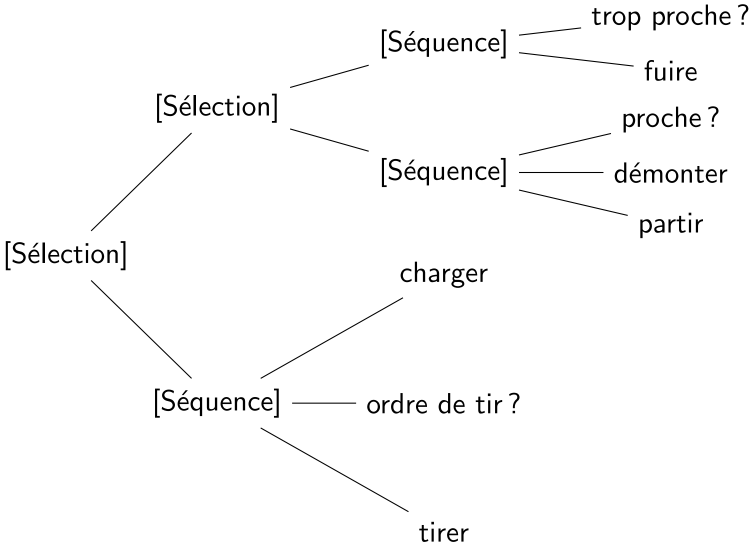
- Tâches composites :

Sélection : réussit si une tâche parmi n réussit

  - Si une tâche réussit, toutes les autres tâches de la sélection sont abandonnées et la tâche [Sélection] réussit
  - Si aucune tâche de la tâche [Sélection] ne réussit, la tâche [Sélection] échoue

Séquence : réussit si toutes sur n réussissent dans l'ordre

  - Si une tâche de la tâche [Séquence] échoue, le reste de la séquence est ignorée et la tâche [Séquence] échoue


[Sélection]
[Sélection]
[Séquence]
trop proche ?
fuire
[Séquence]
proche ?
démonter
partir
[Séquence]
charger
ordre de tir ?
tirer

Prise de décision

La logique propositionnelle

- Langage simple de représentation des connaissances
- Manipulation déclarative de la connaissance
- Mise au jour d'une connaissance qui est déjà présente mais cachée
- Mécanisme monotone : ce qui est inféré ne pourra être remis en cause
- Peu compatible avec le raisonnement de sens commun, la gestion de l'imparfait, de l'incertain

La morphologie de la logique propositionnelle

- L'ensemble des symboles propositionnels est noté $\mathcal{SP}$.
- Les connecteurs logiques
  - $\wedge$ (et, conjonction, d'arité 2),
  - $\vee$ (ou, disjonction, d'arité 2),
  - $\neg$ (négation d'arité 1),
  - $\rightarrow$ (implication d'arité 2)
  - $\leftrightarrow$ (équivalence d'arité 2).
- Les constantes logiques
  - $\bot$ (bottom), ce qui est toujours faux.
  - $\top$ (top), ce qui est toujours vrai.
- **PROP**, l'ensemble des formules.

La sémantique de la logique propositionnelle (1)

- L'ensemble des valeurs de vérité est $\mathbf{BOOL} = \{\mathbf{vrai}, \mathbf{faux}\}$
- La sémantique de la logique propositionnelle associe à une formule une valeur de vérité
- Une valuation v est une fonction qui assigne à chaque symbole propositionnel une valeur de vérité.
- Une interprétation booléenne selon une valuation v est une fonction notée $v^* : \mathbf{PROP} \rightarrow \mathbf{BOOL}$:

$$
\begin{array}{rcll}
v^*(\bot) & = & i_\bot & \\
v^*(\top) & = & i_\top & \\
v^*(p) & = & v(p) & \text{pour tout } p \in \mathcal{SP} \\
v^*(\neg A) & = & i_\neg(v^*(A)) & \text{pour tout } A \in \mathbf{PROP} \\
v^*((A \circ B)) & = & i_\circ(v^*(A), v^*(B)) & \text{pour tout } A, B \in \mathbf{PROP} \\
 & & & \text{et } \circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}
\end{array}
$$

La sémantique de la logique propositionnelle (2)

- A chaque connecteur logique est associée une fonction à valeur dans **BOOL** qui en définit sa sémantique.
  - $i_\perp :\to$ **BOOL**
    $i_\perp =$ **faux**
  - $i_\top :\to$ **BOOL**
    $i_\top =$ **vrai**
  - $i_\neg$: **BOOL** $\to$ **BOOL**

x	$i_\neg(x)$
vrai	**faux**
faux	**vrai**

  - $i_\wedge, i_\vee, i_\to, i_\leftrightarrow$: **BOOL** $\times$ **BOOL** $\to$ **BOOL**

x	y	$i_\wedge(x,y)$	$i_\vee(x,y)$	$i_\to(x,y)$	$i_\leftrightarrow(x,y)$
vrai	**vrai**	**vrai**	**vrai**	**vrai**	**vrai**
vrai	**faux**	**faux**	**vrai**	**faux**	**faux**
faux	**vrai**	**faux**	**vrai**	**vrai**	**faux**
faux	**faux**	**faux**	**faux**	**vrai**	**vrai**

La sémantique de la logique propositionnelle (3)

- Une valuation v satisfait une proposition F (noté $v \models F$) si $v^*(F) =$ **vrai**
  (cette valuation est alors un modèle de F)
- Une valuation est un modèle pour un ensemble de formules si elle est un modèle pour chacune des formules.
- Une valuation v falsifie une formule F (noté $v \not\models F$) si $v^*(F) =$ **faux**
- Une formule F est une tautologie (noté $\models F$) si toute valuation en est un modèle
- Une formule est insatisfiable si aucune valuation n'en est un modèle.

Conséquence sémantique

- Une formule F est conséquence sémantique d'un ensemble Σ de formules (noté $\Sigma \models F$) si pour toute valuation, si elle est un modèle de Σ alors elle est un modèle de F.
- Pour Σ un ensemble de formules et α une formule.
$\Sigma \models \alpha$ si et seulement si $\Sigma \cup \{\neg\alpha\}$ est insatisfiable
- La conséquence sémantique peut être démontrée par une table de vérité prenant en compte toutes les valuations possibles

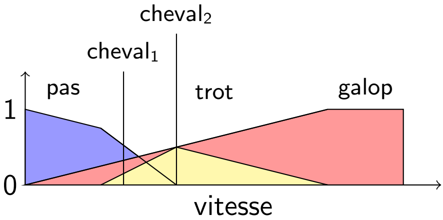
Prise de décision

Logique floue

- Appartenance partielle (entre 0 et 1) à un ensemble (flou)
- 0 : n'appartient pas (propriété est fausse)
- 1 : appartient (propriété vraie)
- ordre d'appartenance mais ni probabilité ni pourcentage
- pas d'exclusion mutuelle (mais somme égale à 1)

"Fuzzification" par l'exemple

- Fonctions d'appartenance pour les ensembles : pas, trot et galop d'un cheval



- Fuzzification : de la vitesse aux dégrés d'appartenance
- Les degrés d'appartenance du cheval$_1$: $\in^\circ_{pas}(cheval_1) = 0.5$, $\in^\circ_{trot}(cheval_1) = 0.125$, $\in^\circ_{galop}(cheval_1) = 0.375$
- Les degrés d'appartenance du cheval$_2$: $\in^\circ_{pas}(cheval_2) = 0$, $\in^\circ_{trot}(cheval_2) = 0.5$, $\in^\circ_{galop}(cheval_2) = 0.5$

"Defuzzification" par l'exemple

- Defuzzification : des fonctions d'appartenance à une vitesse
- Pas de méthode consensuelle
- Le blending pour un cheval v :

$$\begin{array}{ll} & vitesse\_moyenne_{pas} * \in {}^{\circ}{}_{pas}(v) \\ + & vitess\_moyenne_{trot} * \in {}^{\circ}{}_{trot}(v) \\ + & vitesse\_moyenne_{galop} * \in {}^{\circ}{}_{galop}(v) \end{array}$$

Opérateurs de logique floue

- la négation : $\in{}^\circ_{\neg S}(x) = 1 - \in{}^\circ_S(x)$
- la conjonction, le « et » :
  $\in{}^\circ_{(S_1 \wedge S_2)}(x) = min(\in{}^\circ_{S_1}(x), \in{}^\circ_{S_2}(x))$
- la disjonction, le « ou » :
  $\in{}^\circ_{(S_1 \vee S_2)}(x) = max(\in{}^\circ_{S_1}(x), \in{}^\circ_{S_2}(x))$

Règles floues

- Règles de la forme : si $S_1 \wedge S_2 \wedge \ldots \wedge S_n$ alors S
- Une règle pour chaque combinaison de fonctions d'appartenance par ensemble flou
- Calcul pour les fonctions d'appartenance du résultat par maximisation

- Combinaisons entre la présence d'un obstacle et l'allure d'un cheval
- 6 règles floues
  - si *obstacle* $\wedge$ *pas* alors *ralentir*
  - si *plat* $\wedge$ *pas* alors $accélérer$
  - si *obstacle* $\wedge$ *trot* alors $accélérer$
  - si *plat* $\wedge$ *trot* alors *conserver*
  - si *obstacle* $\wedge$ *galop* alors *conserver*
  - si *plat* $\wedge$ *galop* alors *conserver*
- $\in^{\circ}_{ralentir}(x) = min(\in^{\circ}_{obstacle}(x), \in^{\circ}_{pas}(x))$
- $\in^{\circ}_{accélérer}(x) = max(min(\in^{\circ}_{plat}(x), \in^{\circ}_{pas}(x)), min(\in^{\circ}_{obstacle}(x), \in^{\circ}_{trot}(x)))$
- $\in^{\circ}_{conserver}(x) = max(min(\in^{\circ}_{plat}(x), \in^{\circ}_{trot}(x)), min(\in^{\circ}_{obstacle}(x), \in^{\circ}_{galop}(x)), min(\in^{\circ}_{plat}(x), \in^{\circ}_{galop}(x)))$